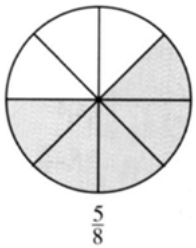
I. Brüche
(Seite 1)

Darstellung eines Bruches:

Der **Nenner** eines Bruches gibt an, in wie viele gleich große Teile das Ganze zerlegt wird.

Der **Zähler** gibt an, wie viele solcher Teile dann genommen werden.



Erweitern eines Bruches:

Ein Bruch wird **erweitert**, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl *multipliziert*. Beim Erweitern ändert sich der Wert des Bruches nicht.

$$\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{10}{15}$$

Kürzen eines Bruches:

Ein Bruch wird **gekürzt**, indem man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl *dividiert*. Beim Kürzen ändert sich der Wert des Bruches nicht.

$$\frac{120}{132}=\frac{120:12}{132:12}=\frac{10}{11}$$

Vergleich zweier Brüche:

Will man zwei Brüche miteinander vergleichen, muss man sie durch Erweitern **gleichnamig** machen, d.h. dafür sorgen, dass beide den gleichen Nenner haben.

Den kleinsten gemeinsamen Nenner zweier Brüche nennt man **Hauptnenner**.

Von zwei gleichnamigen Brüchen hat derjenige mit dem kleineren Zähler auch den kleineren Wert.

$$\frac{2}{3}<\frac{5}{7}\text{, weil } \frac{2}{3}=\frac{14}{21} \text{ und } \frac{5}{7}=\frac{15}{21} \text{ und } \frac{14}{21}<\frac{15}{21}$$

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

I. Brüche
(Seite 2)

Addieren und Subtrahieren von Brüchen:

Zwei Brüche werden **addiert** (**subtrahiert**), indem man sie zunächst gleichnamig macht und dann die Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner beibehält.

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15};\ \frac{5}{6}-\frac{1}{4}=\frac{10}{12}-\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$$

Multiplizieren von Brüchen:

Zwei Brüche werden miteinander **multipliziert**, indem man den Zähler mit dem Zähler und den Nenner mit dem Nenner multipliziert. Dabei sollte man – wenn dies möglich ist – noch **vor dem Ausmultiplizieren kürzen**.

$$\frac{5}{4}\cdot\frac{9}{10}=\frac{5\cdot 9}{4\cdot 10}=\frac{1\cdot 9}{4\cdot 2}=\frac{9}{8}$$

Dividieren von Brüchen:

Durch einen Bruch wird **dividiert**, indem man mit seinem **Kehrwert** multipliziert. Auch hier sollte man so früh wie möglich kürzen.

$$\frac{3}{4}:\frac{2}{5}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 2}=\frac{15}{8}$$

Terme mit verschiedenen Rechenarten:

Treten bei einem Term mehrere Rechenarten (Addition / Subtraktion / Multiplikation / Division / Potenzen / Klammern) auf, so gilt die Regel: **KlaPoPuStri**, d.h. erst die Klammern lösen, dann Potenzen, dann **Punkt vor Strich**. Liegen nur noch Strichrechenarten bzw. nur noch Punktrechenarten vor, so wird **von links nach rechts** gerechnet. Bei verschachtelten Klammern wird von innen nach außen gerechnet.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}:\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}:\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{6}=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{5}{12}=\frac{8+8+5}{12}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}$$

Rechengesetze:

Alle bereits bekannten Rechengesetze bleiben auch für Brüche gültig, d.h.:

Kommutativgesetz:	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
Assoziativgesetz:	$(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c$	$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)=a\cdot b\cdot c$
Distributivgesetz:	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	$a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

Die Grundaufgaben der Bruchrechnung:

Das folgende Pfeilschema stellt den Sachverhalt übersichtlich dar:

$$\boxed{\text{Ganzes} \xrightarrow{\text{Bruchoperator}} \text{Bruchteil}}$$

Berechnen des Bruchteils:

Ein Grundstück ist 700 m² groß. Davon sind $\frac{3}{5}$ Rasen.

Wie groß ist die Rasenfläche?

$$700\ m^2 \xrightarrow{\cdot\frac{3}{5}} x\ m^2 \Rightarrow \qquad x = 700 \cdot \frac{3}{5} = \frac{700 \cdot 3}{5} = 140 \cdot 3 = 420$$

=> Die Rasenfläche beträgt 420 m².

Berechnen des Ganzen:

Für eine Vorzugskarte mit der Bundesbahn von Kassel nach Bremen zahlt man nur $\frac{4}{5}$ des normalen Fahrpreises. Der ermäßigte Preis beträgt 64 €.

Wie hoch ist der normale Fahrpreis?

$$x\ € \xrightarrow{\cdot\frac{4}{5}} 64\ € \quad \Rightarrow \quad x = 64 : \frac{4}{5} = 64 \cdot \frac{5}{4} = \frac{64 \cdot 5}{4} = 16 \cdot 5 = 80$$

=> Der normale Fahrpreis beträgt 80 €.

Berechnen des Bruchoperators:

Herr Müller verdient monatlich 2.500 €. Er zahlt 400 € Miete.

Welcher Teil seines Gehaltes ist das?

$$2.500\ € \xrightarrow{\cdot x} 400\ € \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{400}{2500} = \frac{4}{25}$$

=> Die Miete macht $\frac{4}{25}$ des gesamten Gehaltes aus.

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

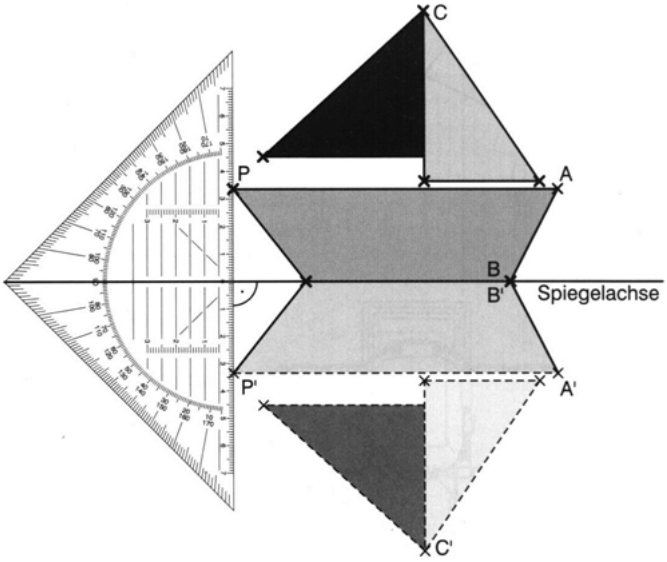
II. Symmetrien und Muster
(Seite 1)

Achsenspiegelungen und Achsensymmetrie:

Achsenspiegelung:

Bei einer **Achsenspiegelung** wird jedem Punkt P ein **Bildpunkt** $P´$ zugeordnet. Dabei gilt:

1. Die Verbindungsstrecke $\overline{PP´}$ ist senkrecht zur **Spiegelachse** a.
2. P und $P´$ haben denselben Abstand von a.



Herstellung einer achsensymmetrischen Figur:

1. Konstruiere zu den Eckpunkten der Grundfigur die Bildpunke:
   - Zeichne eine Senkrechte zur Spiegelachse durch P.
   - Markiere auf der Senkrechten den Bildpunkt $P´$ im gleichen Abstand zur Spiegelachse wie P.
2. Verbinde die Bildpunkte entsprechend der Grundfigur.

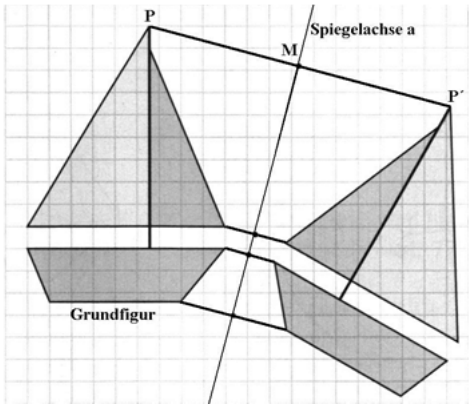
Achsensymmetrie:

Figuren, die durch eine Achsenspiegelung auf sich selbst abgebildet werden können, nennt man **achsensymmetrisch** (oder spiegelsymmetrisch).

Die Achse der Spiegelung nennt man auch **Symmetrieachse**.

Wie findet man die Symmetrieachse einer Figur?

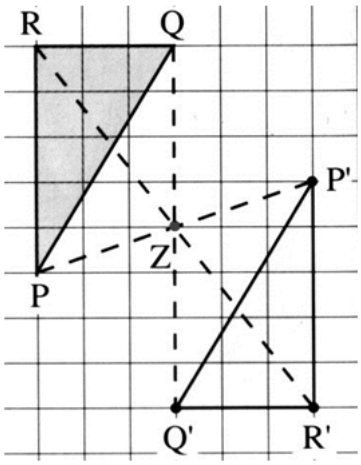
1. Verbinde markante Punkte P der Grundfigur mit ihren (mutmaßlichen) Bildpunkten $P´$.
2. Markiere die Mittelpunkte M der so entstandenen Strecken $\overline{PP´}$.
3. Wenn Du diese Mittelpunkte durch eine Gerade verbinden kannst, welche senkrecht zu allen Strecken $\overline{PP´}$ ist, so ist dies die Symmetrieachse der Figur. Gelingt Dir dies nicht, so ist die Figur nicht achsensymmetrisch.



© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

Punktspiegelungen und Punktsymmetrie:

Punktspiegelung:



Bei einer **Punktspiegelung** wird jedem Punkt *P* ein Bildpunkt *P´* zugeordnet. Dabei gilt:

1. Die Verbindungsstrecke $\overline{PP'}$ geht durch das **Spiegelzentrum** *Z*.
2. *P* und *P´* haben denselben Abstand von *Z*.

Herstellung einer punktsymmetrischen Figur:

1. Konstruiere zu den Eckpunkten der Grundfigur die Bildpunke:
   - Zeichne eine Gerade von *P* durch das Spiegelzentrum *Z*.
   - Trage auf ihr noch einmal den Abstand des Punktes *P* vom Zentrum Z ab.
2. Verbinde die Bildpunkte entsprechend der Grundfigur.

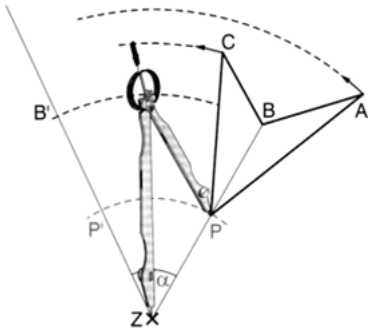
Punktsymmetrie:

Figuren, die durch eine Punktspiegelung auf sich selbst abgebildet werden können, nennt man **punktsymmetrisch.** Das Zentrum der Spiegelung nennt man auch **Spiegelzentrum**.

Beispiel für eine punktsymmetrische Figur:

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

Drehungen und Drehsymmetrie:

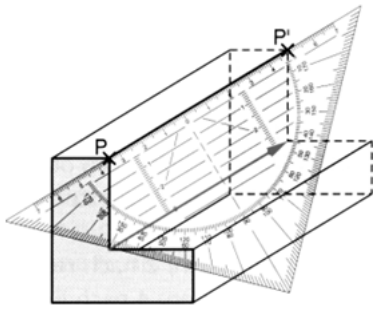


Bei einer **Drehung** wird jedem Punkt *P* ein Bildpunkt *P´* zugeordnet. Dabei gilt:

1. Ein Punkt *P* und sein Bildpunkt *P´* liegen auf einem Kreis um das **Drehzentrum** *Z*.
2. Alle Punkte *P* und ihre Bildpunkte *P´* bilden mit *Z* denselben **Drehwinkel** α: $\sphericalangle PZP' = \alpha$.

Figuren, die durch eine Drehung (die keine ganze Umdrehung ist) auf sich selbst abgebildet werden können, nennt man **drehsymmetrisch**.

Verschiebungen und Verschiebungssymmetrie:



Bei einer **Verschiebung** wird jedem der Punkte *P*, *Q*, *R*, … ein Bildpunkt *P´*, *Q´*, *R´*, … zugeordnet. Dabei gilt:

1. Die Pfeile von *P* nach *P´*, von *Q* nach *Q´* usw. sind zueinander *parallel*.
2. Diese Pfeile haben die *gleiche Richtung* und die *gleiche Länge*.

Figuren, die durch eine Verschiebung auf sich selbst abgebildet werden können, nennt man **verschiebungssymmetrisch**.

Verkettungen:

(i) Verkettet man zwei Achsenspiegelungen, so ergibt sich …
… eine Verschiebung, wenn die Achsen zueinander parallel sind.
… eine Drehung, wenn sich die Achsen schneiden. Der Schnittpunkt der Geraden ist zugleich das Drehzentrum.

(ii) Verkettet man zwei Verschiebungen, dann erhält man wieder eine Verschiebung.

(iii) Verkettet man zwei Drehungen um dasselbe Zentrum Z, dann erhält man wieder eine Drehung um dieses Zentrum Z.

Kongruenz:

Zwei Figuren heißen **kongruent** zueinander (oder deckungsgleich), wenn man sie mit einer oder mehreren **Kongruenzabbildungen** (Achsenspiegelungen, Punktspiegelungen, Verschiebungen oder Drehungen) aufeinander abbilden kann.

Zwei zueinander kongruente Figuren stimmen in allen entsprechenden Winkeln und Strecken überein.

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

III. Dezimalbrüche
(Seite 1)

Dezimalschreibweise:

Bei Dezimalzahlen bedeutet die 1., 2., 3., … Stelle hinter dem Komma: Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, …, d.h.: $2,45 = 2 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$ bzw. $2,45 = 2\frac{45}{100} = 2\frac{9}{20}$

Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen:

Ein Bruch wird in eine Dezimalzahl verwandelt, indem man ihn – wenn möglich – auf den Nenner 10, 100, 1000 erweitert:

$$\frac{3}{8} = \frac{375}{1000} = 0,375$$

Ein Bruch wird in eine Dezimalzahl verwandelt, indem man seinen Zähler durch seinen Nenner dividiert:

$$\frac{5}{6} = 5:6 = 0,8\overline{3}$$

Enthält die Primfaktorzerlegung des Nenners eines gekürzten Bruches nur die Faktoren 2 und 5, so ergibt sich eine **abbrechende Dezimalzahl**.

Enthält die Primfaktorzerlegung des Nenners eines gekürzten Bruches auch mindestens einen anderen Faktor als 2 und 5, so ergibt sich eine **periodische Dezimalzahl**.

$$\frac{27}{40} = 0,675 \text{, aber } \frac{5}{7} = 0,\overline{714285}$$

Größenvergleich von Dezimalzahlen:

Eine Dezimalzahl ist größer als eine andere, wenn sie die größere natürliche Zahl vor dem Komma hat.

Sind die natürlichen Zahlen vor dem Komma gleich, so ist die Dezimalzahl die größere, die von links gelesen zuerst eine größere Ziffer hat.

$$5,7\underline{5}1 > 5,7\underline{4}93$$

Runden von Dezimalzahlen:

Ist die erste wegzulassende Stelle 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet.

Ist die erste wegzulassende Stelle 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird aufgerundet.

3,15493 auf Hundertstel gerundet ergibt: 3,15, d.h. $3,15493 \approx 3,15$.

5,29993 auf Tausendstel gerundet ergibt: 5,300, d.h. $5,29993 \approx 5,300$.

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

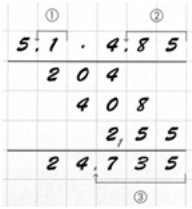
III. Dezimalbrüche
(Seite 2)

Addieren (Subtrahieren) von Dezimalzahlen:

Dezimalzahlen werden wir natürliche Zahlen stellenweise addiert (subtrahiert). Dabei müssen die Zahlen **stellengerecht** untereinander stehen, d.h. **Komma** muss **unter Komma** stehen.

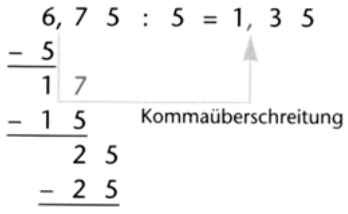
Multiplizieren von Dezimalzahlen:

Man multipliziert Dezimalzahlen, indem man zunächst ohne Rücksicht auf das Komma multipliziert und danach dem Ergebnis so viele **Dezimalstellen** gibt, **wie die Faktoren zusammen** haben.

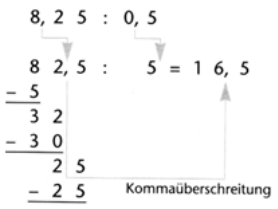


Dividieren von Dezimalzahlen:

Beim **Dividieren durch eine natürliche Zahl** rechnet man nach demselben Verfahren wie bei zwei natürlichen Zahlen, allerdings setzt man im Ergebnis ein Komma, sobald beim Dividieren das Komma im Dividenden überschritten wird.



Beim **Dividieren durch eine Dezimalzahl** formt man zunächst beide Zahlen durch gleichmäßige Kommaverschiebung in Dividend und Divisor so um, dass der neue Divisor eine natürliche Zahl wird.



Eine Dezimalzahl wird mit 10, 100, 1000, … **multipliziert**, indem man das Komma um 1, 2, 3, … Stellen nach **rechts** verschiebt:

$$0{,}375 \cdot 100 = 37{,}5$$

Eine Dezimalzahl wird durch 10, 100, 1000, … **dividiert**, indem man das Komma um 1, 2, 3, … Stellen nach **links** verschiebt:

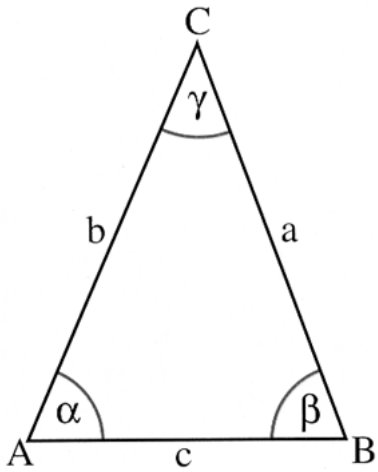
$$2{,}37 : 10 = 0{,}237$$

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

IV. Dreiecke und Vierecke
(Seite 1)

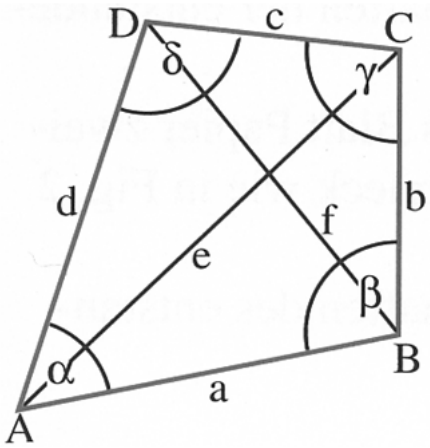
Benennungen im Dreieck:

1. Die drei Eckpunkte werden *gegen den Uhrzeigersinn* mit den **Großbuchstaben A**, **B** und **C** beschriftet.
2. Die Innenwinkel werden mit **griechischen Buchstaben** entsprechend der Benennungen der Eckpunkte bezeichnet, d.h. α ist der Innenwinkel von A, β der Innenwinkel von B und γ der Innenwinkel von C.
3. Die Dreiecksseiten werden mit **Kleinbuchstaben** so gekennzeichnet, dass die dem Punkt A gegenüberliegende Seite $\overline{BC}$ den Buchstaben **a** erhält (entsprechend: **b** = $\overline{CA}$, **c** = $\overline{AB}$).

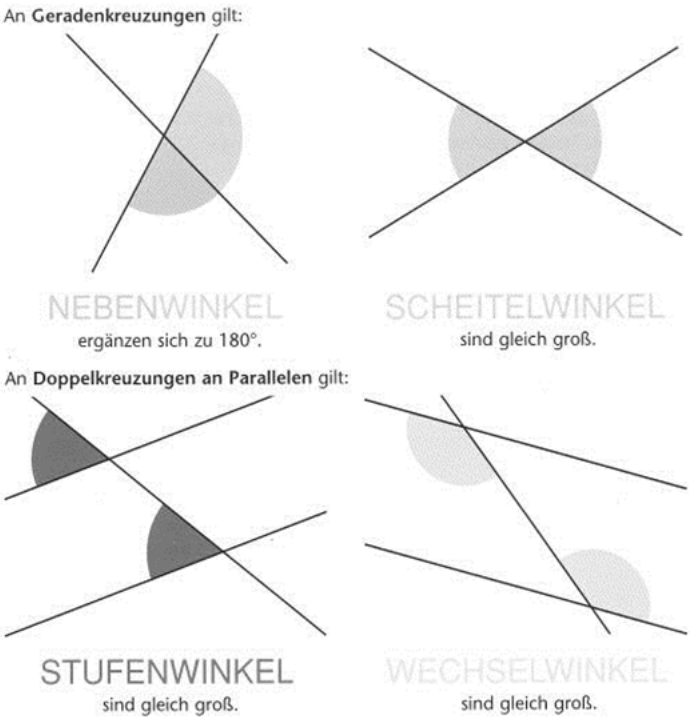


Benennungen im Viereck:

1. Eckpunkte siehe „Benennungen im Dreieck“
2. Innenwinkel siehe „Benennungen im Dreieck“
3. Die Viereckssseiten werden mit **Kleinbuchstaben** so gekennzeichnet, dass gilt: **a** = $\overline{AB}$, **b** = $\overline{BC}$, **c** = $\overline{CD}$ und **d** = $\overline{DA}$.
4. Die Diagonalen bezeichnet man mit **e** = $\overline{AC}$ und **f** = $\overline{BD}$.
5. Die Punkte 1 bis 3 gelten für **jedes Vieleck** mit vier oder mehr Ecken.



Winkel an sich schneidenden und an parallelen Geraden:

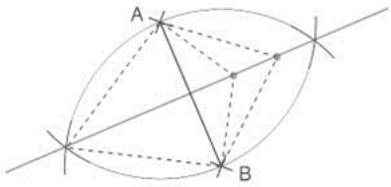


© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

IV. Dreiecke und Vierecke
(Seite 2)

Ortslinien:

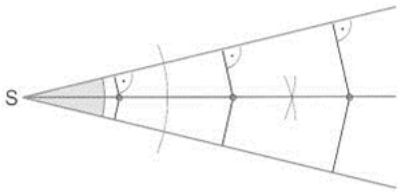
Mittelsenkrechte *zur Strecke* $\overline{AB}$ *:*



Ortslinie aller Punkte, die von den Punkten A und B gleich weit entfernt sind.

Die Mittelsenkrechte ist die Symmetrieachse der Strecke $\overline{AB}$.

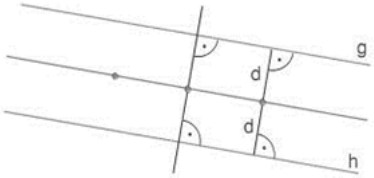
Winkelhalbierende *eines Winkels:*



Ortslinie aller Punkte, die von den beiden Schenkeln des Winkes gleichen Abstand haben.

Die Winkelhalbierende ist die Symmetrieachse des Winkels.

Mittelparallele *zweier Parallelen:*

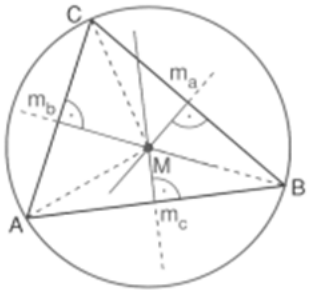


Ortslinie aller Punkte, die zu zwei parallelen Geraden g und h gleichen Abstand haben.

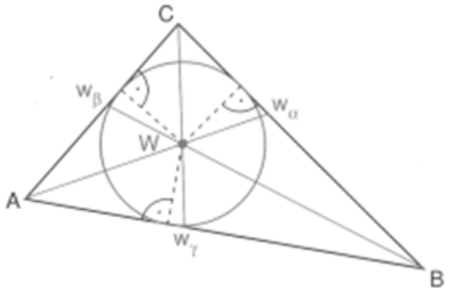
Die Mittelparallele ist die Symmetrieachse des Parallelstreifens.

Besondere Punkte in Dreiecken:

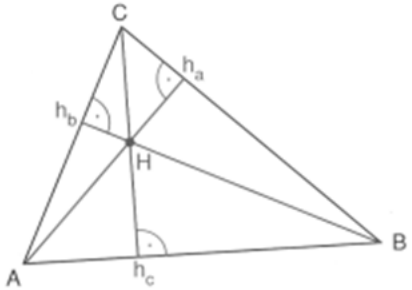
Die drei **Mittelsenkrechten** zu den Dreiecksseiten schneiden sich in einem Punkt, dem Mittelpunkt M des Umkreises. Der **Umkreis** geht durch die drei Eckpunkte des Dreiecks.



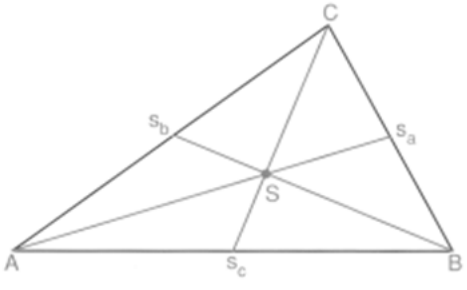
Die drei **Winkelhalbierenden** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt, dem Mittelpunkt W des Inkreises.
Der **Inkreis** berührt die drei Seiten des Dreiecks.



Die **Höhen** eines Dreiecks sind die drei von den Ecken auf die Gegenseite gefällten Lote.
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem **Höhenschnittpunkt H.**



Die **Seitenhalbierenden** eines Dreiecks sind die drei Verbindungslinien der Ecken mit den Mitten der Gegenseiten. Die drei Seitenhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, dem **Schwerpunkt S.**



© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

Zueinander parallele Geraden:

(1) In einem Parallelogramm ist die Verbindungsstrecke zweier Seitenmitten parallel zu den beiden anderen Seiten und ebenso lang wie diese.

(2) In einem Dreieck ist die Verbindungsstrecke zweier Seitenmitten parallel zur dritten Seite und halb so lang wie diese.

Bezeichnungen für Winkel:

α	β	γ	δ	ε	η	λ	μ	ν	π	ω
alpha	beta	gamma	delta	epsilon	eta	lambda	my	ny	pi	omega

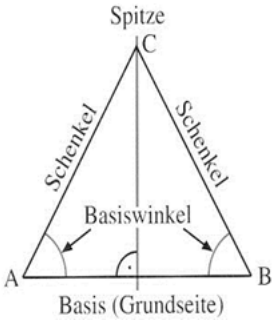
Dreiecke:

(1) Achsensymmetrische Dreiecke:

Achsensymmetrische Dreiecke sind **gleichschenklig**.

Gleichschenklige Dreiecke sind achsensymmetrisch, ihre Basiswinkel sind gleich groß.

Dreiecke mit drei gleich langen Seiten heißen **gleichseitig** und besitzen drei Symmetrieachsen.

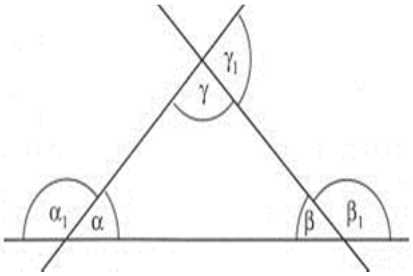


(2) Winkelsummensatz:

Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

(3) Außenwinkel:

Jeder Außenwinkel eines Dreiecks ist so groß wie die Summe der nicht anliegenden Innenwinkel: $\alpha_1 = \beta + \gamma$ $\beta_1 = \alpha + \gamma$ $\gamma_1 = \alpha + \beta$.



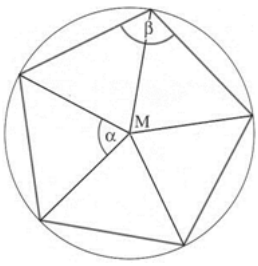
Vielecke:

(1) Winkelsumme in Vielecken:

Die Winkelsumme in einem n-Eck beträgt: $(n - 2)\cdot 180°$.

(2) Regelmäßiges Vieleck:

Ein **regelmäßiges Vieleck** ist ein Vieleck, dessen Seiten alle gleich lang sind und dessen Ecken alle auf einem Kreis liegen. Dieser Kreis heißt **Umkreis** des Vielecks.



Der Winkel α heißt **Mittelpunktswinkel** und beträgt bei einem n-Eck $\alpha = \frac{360°}{n}$.

Alle Innenwinkel betragen dann: $\beta = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$.

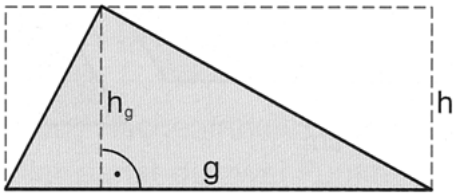
© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

Formeln für Flächeninhalte:

Dreieck: $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$

g: Grundseite

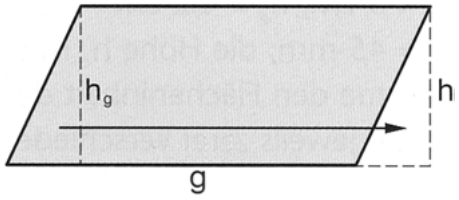
h_g: die zu g gehörende Höhe h_g



Parallelogramm: $A = g \cdot h_g$

g: Grundseite

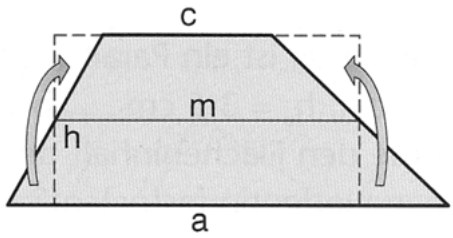
h_g: die zu g gehörende Höhe h_g



Trapez: $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h = m \cdot h$

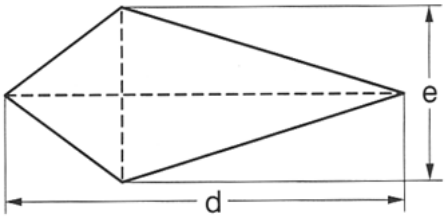
a, c: parallele Seiten des Trapezes

m: Mittellinie h: Höhe



Drachen: $A = \frac{1}{2} \cdot d \cdot e$

d, e: Diagonalen des Drachens



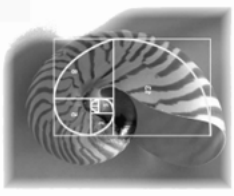
Umfang von Vielecken:

Die Begrenzung eines Vielecks besteht aus Strecken. Addiert man die Längen aller Begrenzungsstrecken, dann erhält man den **Umfang** des Vielecks.

Der goldene Schnitt φ:

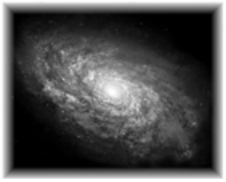
In Leonardo da Vincis Studie über die menschlichen Proportionen ist des öfteren der Wert φ enthalten.

gewöhnliches Efeublatt



gewöhnliche Muschel/ Schnecke in Form der Logarithmischen Spirale

φ ist auch in Spiralgalxien zu finden.



© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

Prozentbegriff:

Anteile kann man auf verschiedene Arten angeben, z.B. als Bruchteil ($^3/_5$ von …), als Prozent (14 % von …), als Anteil (3 von 15), als Kreis- bzw. Balkendiagramm usw.

Hierbei bedeutet der Begriff **Prozent** Hundertstel, d.h.: $\boxed{1\% = \frac{1}{100};\ p\% = \frac{p}{100}}$

Die Grundaufgaben der Prozentrechnung:

Das folgende Pfeilschema stellt den Sachverhalt übersichtlich dar:

Grundwert	$\xrightarrow{\cdot \text{Prozentsatz}}$	Prozentwert
G	$\cdot p\%$	$= P$

Berechnen des Prozentwertes:

Ein Grundstück ist 700 m² groß. Davon sind 60 % Rasen.

Wie groß ist die Rasenfläche?

$$700\ m^2 \xrightarrow{\cdot 60\%} P \quad => \quad 700m^2 \cdot 60\% = P \quad => \quad P = 700 \cdot \frac{60}{100} = 7 \cdot 60 = 420$$

=> Die Rasenfläche beträgt 420 m².

Berechnen des Grundwertes:

Für eine Vorzugskarte mit der Bundesbahn von Kassel nach Bremen zahlt man nur 80 % des normalen Fahrpreises. Der ermäßigte Preis beträgt 64 €.

Wie hoch ist der normale Fahrpreis?

$$G \xrightarrow{\cdot 80\%} 64\ € \quad => \quad G \cdot 80\% = 64€ \quad => \quad G = 64 : \frac{80}{100} = 64 : \frac{4}{5} = 64 \cdot \frac{5}{4} = 16 \cdot 5 = 80$$

=> Der normale Fahrpreis beträgt 80 €.

Berechnen des Prozentsatzes:

Herr Müller verdient monatlich 2.500 €. Er zahlt 400 € Miete.

Wie viel Prozent seines Gehaltes ist das?

$$2.500\ € \xrightarrow{\cdot p\%} 400\ € \quad => \quad 2.500€ \cdot p\% = 400€ \quad => \quad p\% = \frac{400}{2500} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 16\%$$

=> Die Miete macht 16 % des gesamten Gehaltes aus.

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim

Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit:

Ein Experiment, bei dem man das Ergebnis nicht sicher vorhersagen kann, heißt **Zufallsexperiment**.

Die einzelnen Ergebnisse können unterschiedliche „Chancen“ besitzen. Statt von Chancen sprechen wir in der Mathematik von **Wahrscheinlichkeiten**. Den einzelnen Ergebnissen eines Zufallversuchs kann man Wahrscheinlichkeiten zuordnen, die zusammen 1 (= 100 %) ergeben müssen.

Die Wahrscheinlichkeiten sind gut gewählt, wenn die **relativen Häufigkeiten** (= Anteil der Treffer an der Gesamtzahl) in der Nähe der Wahrscheinlichkeiten liegen.

Laplace-Wahrscheinlichkeiten:

Es gibt Experimente, bei denen man annehmen kann, dass alle Ergebnisse eines Zufallversuchs gleich wahrscheinlich sind.

Bei n Ergebnissen beträgt die Wahrscheinlichkeit jedes Ergebnisses $^1/_n$.

Man spricht in solchen Fällen von einer **Laplace-Annahme** und von **Laplace-Wahrscheinlichkeiten**.

Summenregel:

Die **Summenregel** besagt: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses erhält man, indem man die einzelnen Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse addiert.

Spezialfall für **Laplace-Wahrscheinlichkeiten**: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses erhält man, indem man die Anzahl der zugehörigen Ergebnisse („günstige Ergebnisse“) durch die Gesamtzahl aller möglichen Ergebnisse dividiert.

Baumdiagramm und Pfadregel:

Mehrstufige Zufallsexperimente beschreibt man günstigerweise durch ein **Baumdiagramm**, bei dem jeder Pfad mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit beschriftet ist.

Die **Pfadregel** besagt dann: Die Wahrscheinlichkeit eines Pfades erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des Pfades multipliziert.

Pierre-Simon Laplace
*** 23.03.1749, Beaumont**
+ 05.03.1827, Paris

Pierre Simon Laplace war französischer Mathematiker und Astronom, Professor an der Militärschule in Paris.
Laplace beschäftigte sich mit der Potentialtheorie (Laplacesche Differentialgleichung), den Kugelfunktionen und der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die nach ihm benannte Laplace-Transformation ist eine häufig benutzte Methode zur Lösung von Differentialgleichungen. Weiterhin bewies Laplace die Stabilität der Planetenbahnen und stellte eine Theorie über die Mondbahn auf. Seine Untersuchungen galten stets dem Ziel, Naturerscheinungen mit den Methoden der Analysis zu erfassen und Einzelprobleme in einen größeren Zusammenhang zu stellen.

© 2007-2011 Thomas Wilhelm Schwarzer, Ernst-Ludwig-Schule Bad Nauheim